

Sobre la economía matemática: algunas reflexiones generales

On Mathematical Economics: Some General Considerations

Sergio Hernández Castañeda*

Resumen

El artículo expone algunas ideas acerca de la revolución metodológica que se produjo a partir del proceso de formulación de las teorías económicas en términos matemáticos, haciendo énfasis en el período que va de finales del siglo XIX hacia el cierre del siglo XX. Aludiéndose de continuo al entorno histórico y social, se muestran las posibilidades que ofrecen los métodos matemáticos para ampliar y profundizar la teoría económica y, a su vez, la manera como este proceso repercute en la propia matemática. Finalmente, se discuten algunos malentendidos que surgen de estas interacciones, tales como el peligro de calificar como avance todo intento de dar a las teorías de los economistas una forma matemática o el reduccionista de equiparar las metodologías de la economía con la metodología matemática.

Palabras clave:

- Metodología Económica
- Métodos matemáticos
- Análisis económico

Abstract

This paper approaches several points of view about the methodological revolution that emerged from the process of formulating economic theories in mathematical terms, paying more attention to the period from the late nineteenth century to the close of the twentieth century. In a historical and social context, the author shows the positive outcomes when using mathematical methods to deep the economic knowledge, and how this process is also positive to new mathematical areas. Finally some misunderstandings are cleared, such as the risk of thinking as a progress any attempt to obtain a mathematical shape to economic ideas or the belief that the methodologies of economics are reduced to mathematical methodology.

Keywords:

- Economic Methodology
- Mathematical Methods
- Economic Analysis

JEL: B41, C, C41, C51

I. Una revolución metodológica de la economía

El proceso de formulación de las teorías económicas en términos matemáticos ha constituido una verdadera e importante *revolución metodológica* en las ciencias económicas. Las páginas impresas en torno a temas económicos, elaboradas durante el siglo XX y que echan mano de métodos matemáticos, pueden llenar grandes bibliotecas. Hagamos, por ahora, a un lado la vasta literatura sobre econometría ya que, aunque esta disciplina exige ampliamente de la teoría de la probabilidad, de la estadística matemática y de otras áreas relacionadas de la matemática, no es el tema que tratamos en este trabajo. Limitémonos al campo de la economía matemática, es decir, a aquella literatura económica en donde las matemáticas se usan como recursos del análisis de la diversa problemática.

* Profesor jubilado de la Facultad de Ciencias, UNAM, y actualmente profesor de la Facultad de Economía, UNAM.

Pero lo anterior es solamente el punto de partida para un cúmulo de trabajos que se multiplican cada vez más. Mencionemos brevemente algunas de las muchas direcciones en las cuales estos trabajos se han desarrollado.

Ante los graves problemas que planteó la crisis económica mundial de 1929 a los gobiernos de los países capitalistas más desarrollados y partiendo de una crítica a los métodos microeconómicos que muestran entonces gran incapacidad tanto de prever la crisis como de proporcionar políticas económicas prácticas a aquellos gobiernos, se desarrolla, en los años 30, la llamada teoría macroeconómica, basada en la búsqueda de reducir el tratamiento de complicadas cantidades de naturaleza vectorial al de “agregados escalares” tales como la renta de una economía, el nivel de empleo, el de precios, etc. Muy pronto, este enfoque de la problemática económica asociado a economistas como Keynes, Kalecki, Hicks, y otros, domina el panorama, en particular en lo que se refiere al diseño de políticas económicas. A pesar de que surge, desde un punto de vista metodológico, como una búsqueda de simplificar y hacer manejable la difícil técnica matemática de la que hay que echar mano en el enfoque llamado microeconómico, la teoría macroeconómica se ve obligada, muy rápidamente, a utilizar herramientas matemáticas tales como la teoría de las ecuaciones diferenciales, la de las ecuaciones en diferencias y, de un modo más amplio, las técnicas para tratar con sistemas dinámicos, tanto deterministas como estocásticos.

A partir de los juegos de salón, practicados desde tiempos muy lejanos y aparentemente alejados de la problemática económica y social, el matemático Emile Borel planteó, a principios del siglo xx, una importante problemática que, en lo central, fue resuelta por John Von Neumann en 1927. Este momento suele ser considerado como el de fundación de la teoría de juegos.

Pronto, sobre todo tras la asociación de Von Neumann con el economista Oskar Morgenstern, se comprendió la importancia de la teoría que estaba surgiendo como un potentísimo instrumento de análisis para toda clase de conflictos sociales y, en particular, para los conflictos económicos. En la medida en que esa teoría se ha ido desarrollando y, sobre todo, a partir de la teoría de los juegos no cooperativos de John Nash, permite penetrar en cada vez más áreas de las ciencias económicas e incluso tiende, por ejemplo, a englobar a campos tan importantes como la teoría del equilibrio económico general.

Por otra parte, si hubiere que contestar qué campos matemáticos intervienen en la teoría de juegos y qué campos no lo hacen, es posible que sea más sencillo lo segundo. Álgebra lineal, análisis matemático, topología, teoría de gráficas y combinatoria, teoría de la probabilidad, teoría de los sistemas

desde la perspectiva micro como de la macroeconómica, la de los ciclos económicos, la de los mercados financieros y la de las políticas monetaria y fiscal.

Igualmente grande es el número de temas de la matemática contemporánea que encuentran aplicación en el análisis económico. El álgebra lineal, los más diversos temas del análisis matemático clásico, la teoría de la medida, la topología de conjuntos y la topología diferencial, la teoría de los conjuntos convexos, la programación matemática, la teoría de los sistemas dinámicos, la teoría del control, el análisis funcional, el cálculo de variaciones, la teoría de la probabilidad y la estadística matemática, la teoría de juegos –tanto los no cooperativos como los cooperativos. Son las anteriores algunas de las áreas de la matemática que son utilizadas con mayor frecuencia.

La economía y los métodos del análisis económico del siglo XXI son radicalmente diferentes de la economía y de los métodos de análisis de principios del siglo XX. Los desacuerdos entre los economistas prosiguen, se mantienen los diversos enfoques de la problemática provenientes de los distintos sectores sociales de la sociedad capitalista, pero, en muchos aspectos, la discusión se ha profundizado y se realiza en el lenguaje matemático, por lo menos tanto como en el lenguaje común hablado y escrito. Es el anterior un hecho fundamental que tienen que asumir los economistas, los matemáticos y todas las personas relacionadas, de alguna manera, con los campos de estudio de esos profesionistas.

II. Premisas de la matematización de la economía

Desde que surgen las economías mercantiles, los seres humanos reflexionan sobre ellas y, en particular, sobre problemas como el origen del valor de cambio de las mercancías y como el de las leyes de la distribución del producto social. Tal actitud se intensificó cuando, a medida que se descomponía el sistema feudal, resurgen las relaciones mercantiles y, con base en ellas, se desarrolla el modo capitalista de producción.

Tras un largo proceso de vivir, experimentar y examinar los fenómenos económicos, mediante el recurso de las lenguas comunes de los pueblos, tanto habladas como escritas, los conceptos fueron madurando y se fueron poniendo de manifiesto las relaciones matemáticas subyacentes en el mundo de los hechos económicos. Se trató, primero, de la acción de la burguesía mercantil y, también, de la usurera, después, de la práctica de las burguesías agraria e industrial y, más tarde, de las luchas de las clases proletarias emergentes. Durante un tiempo relativamente largo, sucesivos representantes de aquellos sectores

cada vez más rápidamente, nuevas técnicas matemáticas que, conforme pasa el tiempo, se adaptarán mejor al estudio de las ciencias sociales. En la proporción en que ocurra lo anterior, se profundizará la revolución a la cual nos hemos referido y sus efectos llegarán aún más lejos.

III. Sobre los modelos matemáticos de economía

Las teorías económicas se formulan en la terminología de la matemática mediante el surgimiento de los llamados modelos matemáticos de la economía. Dicho de un modo grueso, un modelo matemático, correspondiente a cierta área de la problemática económica, es un sistema matemático en el cual los distintos objetos y hechos económicos del área bajo estudio se expresan en otros tantos conceptos y relaciones matemáticas. De entre tales conceptos y relaciones se destacan los *conceptos primitivos* y los *postulados*, *axiomas* o *principios*, para intentar al máximo, a partir de ellos, construir e inferir los otros conceptos y relaciones, mediante las reglas de la lógica. Tales sistemas surgen a través de los procesos, arriba esbozados, de análisis y síntesis sucesivos de los fenómenos económicos. Por ello, en general, resulta complejo determinar cómo estaban originalmente anclados a la realidad los conceptos y las relaciones matemáticas a los cuales finalmente se llega y que conforman nuestro sistema. No obstante, se persigue que tanto los llamados conceptos primitivos como los postulados, axiomas o principios correspondan lo más posible al mundo económico real, con la idea de que en la medida en que esto ocurra, lo que a partir de ellos se construya o se infiriera corresponderá, también, a la realidad económica.

En la mayor parte de la literatura existente, quedan implícitos muchos de los *conceptos primitivos* y de los *postulados* o *principios* y el modelo toma la forma de un sistema de objetos matemáticos, de diversas clases, que corresponden a la realidad económica o social que se trata de captar y relacionados, tales objetos, entre ellos, de tal modo que reproduzcan, lo más posible, las relaciones reales en las cuales están los objetos reales. En estas condiciones los principios implícitos son la base para definir nuevos conceptos matemáticos a partir de los objetos del sistema inicial y de las relaciones entre éstos. En concordancia con lo anterior, los resultados que se obtienen del modelo toman la forma de teoremas que nos hablan de cómo se relacionan los nuevos conceptos con los objetos de los cuales se ha partido.

Aun cuando nos hemos limitado a examinar el proceso a vuelo de pájaro, hemos visto cómo los primeros modelos matemáticos que surgen sólo abarcan parcelas muy pequeñas y situaciones extremadamente simples de la

La formulación en términos matemáticos de una teoría o de un área de la ciencia económica se lleva a cabo como el establecimiento de un modelo matemático de la teoría o del área considerada; esto es: como la organización de un sistema de conceptos y relaciones matemáticas relacionadas lógicamente. Por ello, una de las primeras cosas que ocurren es que se revelan inconsistencias que antes no podíamos percibir. Cuando, por ejemplo, abordamos los problemas acudiendo tan solo al lenguaje común, hablado o escrito, solemos –en nuestros razonamientos– aceptar como hechos reales diversos juicios económicos que dicta la intuición o el llamado “sentido común”, sin darnos cuenta de que, si acaso, la validez de algunos de esos juicios ocurre en condiciones distintas de aquellas bajo las cuales son válidos los otros. Al formular matemáticamente tal problemática, pronto se presentan las contradicciones lógicas entre tales juicios, se aclaran las hipótesis bajo los cuales pueden ser válidos y podemos seleccionar sólo algunos y rechazar otros, dependiendo de lo que nos dicte la realidad y de los propósitos de nuestro análisis.

Mediante el lenguaje usual, la intuición o el “sentido común” nos conduce a inferir ciertos juicios a partir de otros que tomamos como válidos. La formulación matemática de la problemática nos obliga a convertir nuestras inferencias intuitivas en demostraciones detalladas y, con ello, por una parte, se fortalecen nuestros juicios o nos vemos obligados a rechazarlos y, por la otra, se revelan las hipótesis bajo las cuales se pueden hacer las inferencias y quedamos en posición de discernir sobre la conveniencia o no de considerar tales hipótesis.

Se precisan y se enriquecen las interrogantes con sentido dentro de cada teoría. Se ubican las posibles respuestas a esas interrogantes en relación al modelo matemático establecido. Se exploran los vínculos lógicos entre tales respuestas y el modelo. Se pone a la disposición de la investigación la ya gigantesca “maquinaria”, el mundo de teoremas y resultados en los más diversos campos de la matemática, una especie de par de botas de siete leguas que permite demostrar o refutar las respuestas ya conjeturadas o encontrar nuevas soluciones a las interrogantes, desde multitud de enfoques diferentes. La variación teórica de las condiciones o de los parámetros de los modelos empleados y, más aún, la asignación a los parámetros de valores numéricos tomados de las economías reales, permiten hacer predicciones acerca de las situaciones que podrían darse y valorar los efectos de diversas decisiones en relación con las economías reales consideradas. El examen de los casos particulares, como, por ejemplo, la consideración de ejemplos numéricos o, más aún, la simulación de

o de no tanteo son esquemas de cómo la muchedumbre de microacciones movidas por micromotivos causa una macrodinámica de la cual se quiere demostrar que conduce al equilibrio económico general mencionado.

En Bortkiewicz, Sraffa, Morishima, el entorchocar de voluntades de los agentes conscientes toma, en gran medida, la forma del proceso, implícitamente considerado, de formación de una tasa común de ganancia para los capitales.

De un modo o de otro, los rasgos anteriormente esbozados están presentes en los diversos modelos matemáticos de la economía. Los problemas pueden estar en qué tan explícita o en qué tan implícitamente están presentes tales rasgos, en cómo son concebidos los seres humanos, las relaciones entre ellos, en si se entiendo o no que los individuos son producto, a su vez, de la sociedad en su conjunto, en cómo pueden verse afectadas las relaciones entre los individuos por los instrumentos de que disponen y en muchas otras cuestiones relacionadas.

Es por todo lo anterior que tenemos que tomarnos muy en serio las ideas de Von Neumann y de Morgenstern en torno a la teoría de juegos como uno de los instrumentos matemáticos más apropiados para el estudio de la economía y de otras ciencias sociales. Un instrumento que, desde luego, para que rinda los mejores frutos, todavía tiene que desarrollarse a niveles mucho más avanzados que aquel en el cual está actualmente y esto, por supuesto, ocurrirá, sobre todo, *en el proceso mismo* en el que los modelos inspirados en esa teoría *en desarrollo* sean usados en el análisis de las problemáticas económicas y de todas las ciencias sociales.

VI. Matematización de la economía y matemáticas

Como ya lo hemos señalado, a medida que avanza el proceso de formalización de las teorías económicas en términos matemáticos, el gran acervo de temas matemáticos acumulado por la sociedad se va convirtiendo en un arsenal del cual se puede echar mano como arma para el análisis económico.

Por otra parte, cuando se pueden ver como problemas matemáticos los que antes sólo podían verse como problemas de la teoría económica, ellos aparecen contextualizados de una forma nueva. Lo que antes era problemática económica se convierte, ahora, en problemática matemática de un nuevo tipo. Se trata, quizá, de una problemática que involucra viejos conceptos de la matemática, pero ahora se plantean sobre ellos cuestiones que antes no se

Sin embargo, no quisiéramos que nuestra profunda convicción acerca del valor positivo del uso de esos métodos pudiera dar pie a algunos malentendidos. En primer lugar, no quisiéramos que se creyera que no vemos peligros graves en el uso de los recursos matemáticos y que entendemos como un avance a todo intento de dar a las teorías económicas una forma matemática. En segundo lugar, tampoco quisiéramos que se llegara a tener la idea de que, para nosotros, la metodología de las ciencias económicas se reduce o tiende a reducirse a la metodología matemática.

La economía se enfoca, antes que nada, al estudio de las sociedades y de los grupos humanos y éstos son extraordinariamente complejos como para permitir que se les encasille fácilmente o se les abarque en un modelo matemático. Todo esquema matemático de las sociedades, de los grupos o de los seres humanos, por necesidad, tiene que ser un esquema limitado, pobre, ya que, para llegar a él, habrá que hacer ineludiblemente multitud de abstracciones las cuales dejarán de lado infinidad de ángulos del objeto bajo examen. Precisamente por ello, creemos que no es posible reducir a los métodos matemáticos la metodología de las ciencias económicas y que el estudio de estas ciencias, mediante los recursos de la matemática, encierra una gran cantidad de peligros de cometer graves errores.

A lo anterior hay que agregar el hecho ineludible de que, en cuanto se relaciona con las ciencias sociales, quienes reflexionamos sobre ellas somos seres humanos implicados en el propio objeto bajo examen, seres que, para colmo, adquirimos necesariamente compromisos y hemos sido formados dentro de ciertos grupos sociales, circunstanciales que nos fuerzan a abordar nuestros estudios de un modo sesgado, unilateral.

Dado el rigor lógico con el cual son construidas las diversas teorías matemáticas y en virtud del notable éxito que han tenido los métodos matemáticos para desarrollar y sistematizar multitud de áreas de la física y de las otras ciencias naturales, para, mediante ellas, transformar al mundo, se ha extendido la creencia en que la formalización matemática de las ciencias sociales confiere a éstas, necesariamente, un estatus de ciencias inatacables. Sin embargo, no podemos dejar de señalar que existen y continuarán existiendo numerosas coyunturas mediante las cuales es posible, por el uso inadecuado de los métodos matemáticos, dar la apariencia de que se está construyendo ciencia, pero, en la realidad, elaborar solamente concepciones sesgadas. Desde luego, aparecen coyunturas como las mencionadas en los errores matemáticos y en las violaciones al rigor lógico presentes en numerosas teorías económicas formuladas en términos matemáticos y aparecen también en los abundantes

Bibliografía

Textos básicos

- Aleksandrov, A.D. (1964), “A general view of mathematics”, en Aleksandrov, A.D., Kolmogorov, A.N., Laurentiev, M.A, *Mathematics. Its content, methods, and meaning*, Cambridge, Massachusetts, The MIT Press.
- Hernández C., S. y Zapata L., P., (2011), “Sobre la metodología Matemática en la Economía”, presentación del libro *Teoría económica y planificación* por José Ibarra Corrales, México, Instituto de Investigaciones Económicas de la UNAM.
- Von Neuman, John y Oskar Morgenstern (1944), *Theory of games and economic behavior*, John Wiley and Sons, New York.

Textos de consulta

- Dresher M., Kuhn, H.W. y Wolfe P., eds. (1957), *Contributions to theory of games*, vol. III, Princeton University Press, Princeton.
- Ekelund, R.B. Jr y Hébert, R.F. (1992), *Historia de la teoría económica y de su método*, McGraw-Hill, Madrid.
- Hildenbrand, Werner y Hugo Sonnenschein, eds. (1991), *Handbook of mathematical economics*, vol. I, North-Holland, Amsterdam.
- Kuhn, H.W. y A.W. Tucker, eds. (1950), *Contributions to theory of games*, vol. I, Princeton University Press, Princeton.
- Kuhn, H.W. y A.W. Tucker, eds. (1953), *Contributions to theory of games*, vol. II, Princeton University Press, Princeton.
- Tucker, A.W. y R.D. Luce, eds. (1959), *Contributions to theory of games*, vol. IV, Princeton University Press, Princeton.