El talón de Aquiles de la teoría de juegos

Bernard Guerreen

Todo el mundo estaría aplicando hoy en día la teoría de juegos: desde el periodista que habla de los "juegos de suma cero", hasta el sociólogo o economista, que utiliza recurrentemente el "dilema del prisionero" o que habla de las "interacciones estratégicas", presentando unas tablas generales con los pagos de los jugadores en diferentes casos posibles. Si la teoría de juegos se redujese a esto –una colección sin fin de pequeñas historias–, cabe preguntarse entonces por qué hay tantos libros y artículos, cargados de matemática compleja, sobre ella, que dicen utilizar sus "resultados".

Cualquier teoría digna de llamarse así supone cierto grado de generalidad. La teoría de juegos no escapa a esta regla, todo lo contrario, ya que fue introducida por matemáticos. Algunos ven, incluso, en ella una rama de las matemáticas. De allí todo su prestigio, puesto que la matemática permite establecer resultados "rigurosos" o teoremas indiscutibles, al menos dentro un marco definido de hipótesis. En tal sentido, una evaluación de la teoría de juegos –sobre su interés, sus alcances– se debe remitir al examen de sus hipótesis. Ocurre sin embargo que la hipótesis principal –los jugadores toman simultáneamente su decisión, de una vez por todas– no le otorga más que una pertinencia anecdótica a esta teoría. Para comprender el papel fundamental de esta hipótesis, es preciso retomar la definición de "juego" planteada en los modelos pertenecientes a este enfoque.

¿Qué es un juego?

Inicialmente, la teoría de juegos busca plantear matemáticamente situaciones llamadas juegos, en las que individuos (los "jugadores") interactúan buscando la maximización de su pago (hipótesis de racionalidad). Según esta teoría, todo juego esta constituido por los tres siguientes elementos:

1. Una lista de n jugadores, identificados por un índice i, $i= 1,\dots, n$.
2. Un conjunto $\{S_1, \dots, S_n\}$, donde S_i es el *conjunto de estrategias del jugador i* ($i = 1,\dots, n$), del cual selecciona un elemento (con el objetivo de obtener un pago lo más elevado posible) llamado s_i.
3. Un conjunto de *funciones de pago* $\{f_1(\cdot), \dots , f_n (\cdot)\}$, en donde la función $f_i(\cdot)$ asigna un pago $f_1(s_1, \dots, s_n)$ al jugador i, cuando la elección de los jugadores están dados por la *lista –o el vector– de estrategias* $(s_1, \dots, s_n)$, con $s_1 \in S_1, \dots, s_n \in S_n$.

Existe una situación de "juego" puesto que el pago de cada jugador evidentemente depende de la elección de su estrategia, así como también de la elección que realizan los demás jugadores.

Una *solución* de un juego es una lista de estrategias (una por jugador) de la forma:

$$(s_1^*, ..., s_n^*),$$

donde s_i^* es una de las estrategias del jugador i ($s_i^* \in S_i$), $i = 1, ..., n$.

El *punto esencial* –evidente aquí– es que toda solución de un juego, cualquiera que sea, resulta de la *elección simultánea* de una estrategia por cada jugador, quien toma su (única) decisión ignorando las de los demás.

Aún en el caso en que cada jugador conociera "todo" sobre los demás (se dice que hay *información completa*), no podría por regla general prever con certeza cuáles serían sus elecciones. Las *creencias* sobre el comportamiento de cada jugador, constituyen así un elemento fundamental para caracterizar las soluciones de un modelo. Sin embargo, las creencias del jugador son parámetros exógenos (las creencias no hacen parte de los puntos 1., 2. y 3 que caracterizan todo juego) que "explican" la "solución" escogida así como elementos propios del modelo.

Podría decirse intuitivamente que las creencias tienden a formarse progresivamente "a lo largo del juego"; que se convierten en un elemento endógeno del modelo. Esto implica sin embargo desconocer que todo modelo de juegos supone una elección *única* (y simultánea) por parte de los jugadores: por hipótesis no puede haber entonces un "a lo largo del juego".

Un "equilibrio" que no lo es

Después de haber planteado matemáticamente un modelo, el teórico de juegos buscará determinar sus "soluciones" –es decir las estrategias que resultan de la elección única y simultánea de los jugadores– que por uno u otro motivo le parecen interesantes. En realidad los casos en que una solución es tan "evidente" que se impone a las demás, son supremamente escasos (cuando hay una lista de estrategias tal, que todos los jugadores obtendrían un pago superior eligiendo cualquier otra lista de estrategias). El teórico impone así una serie de condiciones, o criterios, que le permiten clasificar las listas de posibles estrategias, para seleccionar sólo algunas de ellas (de ser posible sólo una), que se convertirán en las "soluciones" de su modelo (estos criterios conforman un "concepto de solución").

Al comienzo de los años 1950, John Nash propone que se consideren como solución de un modelo de juegos toda lista de estrategias tal que cada jugador hace su elección *anticipando correctamente* el resultado de las decisiones de los otros jugadores. Desafortunadamente, las soluciones con esta propiedad son llamadas "equilibrios" (de Nash), lo que es muy desafortunado puesto que la noción de equilibrio sugiere la existencia de un proceso –cuyo punto final es el equilibrio– mientras que los modelos de juegos (caracterizados por las condiciones 1., 2. y 3.) excluyen desde su *construcción* cualquier forma de proceso, por suponer una elección *única* (y simultánea) de los jugadores. Hubiese sido preferible hablar entonces de una "solución de Nash" o de "elecciones autorealizadoras" (ya que, al actuar, cada uno provoca el fenómeno previsto correctamente).

¿Por qué los teóricos de juegos privilegian entonces la solución de Nash? Por un lado, porque si existe una elección "que salta a la vista" de los jugadores (elección que bajo el supuesto de racionalidad, será preferida por todos), entonces el conjunto de elecciones es necesariamente una solución de Nash (lo contrario es indudablemente falso, ya que, por regla general, la solución de Nash no resulta evidente). Pero, sobretodo, porque las soluciones de Nash son los puntos fijos de una función derivada a partir de los parámetros del modelo, lo cual se convierte en una verdadera bendición para el matemático (quien buscará establecer las "propiedades" de los puntos: existencia, unicidad, sensibilidad a los diferentes parámetros del modelo, etcétera).

Frecuentemente se oculta el papel decisivo de las creencias dentro de la caracterización de la solución de Nash, por ser presentada como el conjunto de estrategias que maximiza el pago de cada jugador, "en función de la elección de los demás" (estas estrategias serían sus "mejores respuestas"). Se tiene entonces la impresión que los jugadores toman su decisión conociendo de antemano las de los demás: lo que en principio puede parecer más "realista", resulta en realidad ser absurdo.

¿Por qué privilegiar la solución de Nash?

La gran mayoría de los artículos u obras sobre la teoría de juegos (no cooperativos) se enfoca exclusivamente, o casi, en las soluciones de Nash, haciendo un estudio de sus propiedades. No existe sin embargo razón alguna para que cada jugador anticipe correctamente las acciones de los demás, como lo muestra el ejemplo clásico del equilibrio llamado de "Cournot-Nash" del modelo de duopolio de Cournot. Este modelo puede ser considerado como un juego pues cuenta con dos empresas (productoras del mismo bien); ellas son los jugadores, cuyas estrategias son cantidades ofrecidas del bien y cuyos beneficios para cada nivel de oferta definen la función de pago. El modelo asume además que cada empresa *piensa* que la otra empresa no reaccionará ante una variación de su oferta (se dice que la empresas hacen conjeturas "a la Cournot"), lo que le permite calcular su *función de reacción*. Si uno traza en un mismo sistema de ejes las dos curvas que representan las dos funciones de reacción, los puntos de intersección (los equilibrios de Cournot-Nash) llaman inevitablemente la atención del lector. ¿Pero, por qué habría que otorgar particular importancia a estos puntos –que corresponden a los casos en los que cada empresa anticipa correctamente la oferta de la otra, lo que solo puede suceder por casualidad–, ya que las empresas solo conocen su *propia* función de reacción? Como cada empresa no dispone de ningún elemento para anticipar correctamente la oferta de la otra, solo puede hacer una propuesta "al azar" y la única predicción que resulta de este modelo es entonces: "el par de estrategias que resulta de la elección de empresas en duopolio *no es*, en general, un equilibrio de Cournot-Nash". No existe pues, *razón alguna* para otorgarle un lugar especial en el análisis a los equilibrios de Cournot-Nash (a los puntos de intercepción de las curvas de reacción). Sin embargo, esto es lo que todo el mundo hace…

Solución de Nash y "dinámica"

Con frecuencia se justifica la importancia que se le otorga a los equilibrios de Cournot-Nash por la existencia de un proceso durante el cuál dos empresas en duopolio formulan propuestas y contrapropuestas, hasta "encontrar" el equilibrio. Esto implica sin embargo, un cambio subrepticio de modelo: la elección única y simultánea de estrategias, supuesto de todo modelo de juegos, es remplazada por una sucesión de elecciones, en las que cada cual observa lo hecho por los demás en el turno anterior. Así, los individuos racionales toman en cuenta la información que resulta de este proceso (observando a cada turno lo que hace el otro), y modifican consecuentemente sus conjeturas –así como sus curvas de reacción. Conclusión: los equilibrios –puntos de intercepción de estas curvas– se "mueven" durante el proceso y resulta pues imposible entonces determinarlos independientemente del proceso del cual resultan (los equilibrios "dependen de la trayectoria tomada").

Ciertamente, existen modelos de juegos que parecen "dinámicos" por suponer una sucesiva intervención de jugadores: los *juegos por turnos* (o *jue-*

gos secuénciales), representados generalmente por un "árbol" cuyos "nodos" (puntos de inicio de las "ramas") corresponden a los turnos sucesivos. Estos modelos verifican las condiciones 1., 2. y 3 que caracterizan todo juego. En este contexto, las estrategias adquieren una forma particular: representan una lista de instrucciones que indica lo que hacen, o harían, los jugadores *en todas las posibles eventualidades* (en cada nodo del juego). Con las estrategias definidas de esta manera, la situación es la misma que en el caso general, donde los jugadores eligen simultáneamente, y una vez por todas, una de ellas. No hay rastro de dinámica en todo esto: únicamente cambian las reglas del juego. Es cierto que las estrategias son ahora listas de instrucciones para los turnos sucesivos, lo que puede sugerir un desarrollo a lo largo del tiempo. Sin embargo, todo se decide desde "el comienzo", con el anuncio de las estrategias (cuando el "animador del juego" lee las instrucciones que ellas dan; de ahí se deduce el "camino" sobre el árbol, así como el pago que le corresponde a cada jugador).

¿De qué manera el jugador elige entonces su estrategia, su lista de instrucciones? Como en el caso planteado anteriormente, todo depende de sus creencias sobre las acciones de los demás. Por definición, la solución de Nash es tal que cada uno anticipa correctamente las instrucciones dadas por los otros, *para todas las eventualidades posibles*, de las cuales solo una se realizará, lo que vuelve aún más inverosímil esta "solución" (predicción) del modelo.

Amenazas, represalias, cooperación, reputación…

Los tratados y artículos sobre la teoría de juegos hablan a menudo de "amenazas", "cooperación", reglas "emergentes", etc. para mostrar que sus modelos toman en cuenta estos importantes aspectos de la vida en sociedad, colmando así una importante laguna de la teoría económica. Sin embargo, no es verdad que lo hagan, siempre por la misma razón: en todo modelo de juegos la selección es única y simultánea. ¿Cómo podría haber amenazas, represalias, existir cooperación o crearse reputaciones, etcétera? Esto es absurdo.

Nuevamente, esta confusión proviene de la idea equivocada según la cual los juegos por turnos serían dinámicos. Para el caso del dilema del prisionero repetido, es cierto por ejemplo, que las estrategias de los jugadores pueden constar de instrucciones de la forma: "de alcanzar tal nodo del árbol por no haber sido denunciado antes por el otro, entonces 'coopero con él', absteniéndome de denunciarlo; de lo contrario y como 'represalia' lo denunciaré sistemáticamente". Sin embargo, las situaciones de "cooperación" y de "represalia" pasan solamente por la cabeza de quien fija, de manera aislada y autónoma, su lista de instrucciones. En realidad los jugadores pueden observar –con alegría o pesar– el comportamiento de los demás solo cuando el "animador del juego" lee la lista de instrucciones que cada uno le remitió. Ocurre lo mismo, en el fondo, que en los juegos a un solo golpe, donde cada jugador trata de anticipar lo que van a hacer los otros, sobre la base de su reputación o su aptitud a cooperar.

Subterfugios: "evolución" y "aprendizaje"

Considerar los juegos de varios turnos no responde –todo lo contrario– a la pregunta fundamental que plantea la solución de Nash: ¿Por qué razón se le da a esa solución tanta importancia dentro del análisis? Aunque la respuesta es clara –no existe ninguna razón para ello–, les resulta difícil aceptarla a los teóricos de juegos dado el énfasis que le han otorgado a la solución de Nash. De ahí la tendencia a introducir de una u otra manera, cada vez con más frecuencia, procesos en los modelos de juegos –procesos cuyo resultado se puede presentar como "la" solución de estos modelos y en los cuales, la nociones de "amenaza", "reputación", etc. resultarían pertinentes. Estos modelos extendidos poseen la ventaja de parecer más intuitivos, más "realistas". Utilizar esta configuración supone sin embargo renunciar, total o parcialmente, al concepto de base de la teoría de juegos: la racionalidad en la elección que hacen los individuos (es decir, buscando maximizar su pago, con base en toda la información disponible). Incluso se ha renunciado totalmente a la idea de racionalidad dentro de lo que algunos llaman el "enfoque evolucionista" de la teoría de juegos, en la que ni siquiera es necesario hacer una elección, puesto que jugadores y estrategias se confunden: cada jugador se reduce a una, y una sola, estrategia. No tiene sentido hablar entonces de "teoría de juegos" para referirse a esos duelos repetidos de robots, por computadora, ya que esa teoría se interesa a la *elección* por seres racionales entre diversas opciones.

Otra manera de "dinamizar" los modelos de juegos, supone la existencia de individuos sólo en parte racionales, que buscan maximizar sus ganancias en cada etapa del proceso (teniendo la posibilidad de escoger entre varias opciones), pero con base en conjeturas hechas *a priori,* sobre la elección de los demás (conjeturas que pueden eventualmente ser modificadas a lo largo de un proceso: se habla entonces de "aprendizaje"). Un sencillo ejemplo de este tipo de modelos, es el de Cournot, al cual se le agrega un proceso de ofertas sucesivas, en el que cada empresa tiene por conjetura (inalterable) que la otra no reaccionará ante una variación de su oferta (aunque observe lo contrario en cada etapa del proceso). Este cóctel de maximizaciones y de conjeturas hechas *a priori,* abre el camino a innumerables modelos (y publicaciones) que buscan establecer por ejemplo, las condiciones que aseguran la convergencia de un proceso hacia una solución de Nash. Sin embargo, la proliferación de modelos *ad hoc* –que asumen comportamientos muy simplificadores– no es señal de "riqueza teórica" sino la muestra de un absoluto desconcierto (puesto que ningún modelo ha podido, ni puede, imponerse sobre los demás).

De los "refinamientos" del equilibrio de Nash al equilibrio bayesiano

Los modelos de juegos –especialmente si son de varios golpes– constan de múltiples soluciones de Nash. Para intentar levantar esta indeterminación, se imponen entonces condiciones más fuertes que las de la solución inicial (esencialmente seleccionando creencias más "verosímiles" o "razonables") buscando de esta forma, mantener la menor cantidad posible de soluciones de Nash (una sola solución sería lo ideal para ellos). Los teóricos están en la búsqueda de "refinamientos" del equilibrio de Nash. Al hacer esto no esquivan la pregunta fundamental: ¿Por qué privilegiar el equilibrio de Nash, o de cualquiera de sus "refinamientos", como predicción de un modelo, cuando este depende de las creencias *a priori* de los jugadores?

En sus inicios, los modelos de juegos suponían la existencia de *información completa*, en la que los jugadores conocían todo acerca de los demás (conjunto de estrategias y funciones de pago). Esta hipótesis fue un poco relajada durante los años 1960, cuando se admitió que los jugadores podían conocer ciertas características solo de manera "probabilística" (por su tipo, las características son afectadas por una probabilidad: son "objetivas" cuando son por todos conocidas, o "subjetivas" dependiendo de la evaluación individual). Sin embargo, el punto fundamental es que estas hipótesis fueron construidas para mantenerse dentro del marco de las condiciones 1., 2. y 3 que definen todo modelo de juegos. Aquí las listas de jugadores y las funciones de pago son solamente "alargadas", al incluir los diferentes tipos posibles. Los cálculos sin embargo se tornan dispendiosos: los pagos son substituidos por *las esperanzas de pago*; a las creencias sobre lo que los demás harán se agregan las creencias sobre su naturaleza o sobre las funciones de pago (¿de qué tipo son?), lo que obliga a la utilización de distribuciones de probabilidad, incluso en el calculo de los posibles pagos generados por cada estrategia. Las probabilidades consideradas son *condicionales* a los posibles tipos, los equilibrios de Nash de estos modelos son por ello llamados equilibrios *bayesianos*.

Pero como para cualquier solución de juegos, estos equilibrios resultan de una elección única y simultánea por parte de los jugadores: ¿Por qué cada uno habría de prever correctamente entonces la elección de los demás? los equilibrios bayesianos pueden ser simultáneamente numerosos y difíciles de determinar, por el supuesto de imbricación entre los distintos niveles de creencias. Los largos y complicados cálculos para establecer estos equilibrios pueden dar a pensar, al que se deja impresionar por las matemáticas, en la existencia de una teoría con finas y pertinentes predicciones. Sin embargo nada de esto es cierto (cabe entonces preguntarse cómo los "verdaderos jugadores", incluso con una buena formación en economía, podrían entregarse a tales cálculos).

Dos puntos esenciales para tener en cuenta

Ante cualquier presentación de la teoría de juegos y de sus "soluciones", es necesario tener siempre en mente los dos puntos siguientes.

1. *No existe razón alguna para privilegiar los equilibrios de Nash (o bayesianos) como "soluciones" de un juego*. Por consiguiente, en un modelo de juegos en el que su autor quiera encontrar y caracterizar los equilibrios de Nash, es preciso preguntarse primero: ¿Por qué conceder tanta importancia a estos perfiles de estrategias? Si la respuesta a la pregunta no resulta evidente, y más aún, si el autor ni siquiera se plantea este interrogante –lo que generalmente ocurre–, entonces es inútil continuar: cualquiera que sea el "resultado" establecido, el modelo carece de interés (por lo menos para aquellos que no le encuentran un provecho particular a hacer acrobacia con los símbolos matemáticos).

Para justificar la importancia otorgada a una u otra "solución", los teóricos de juegos recurren, casi siempre, a elementos externos a sus modelos, como las creencias, las normas, el "nivel de seguridad", etcétera. o a "procesos" que se remiten a reglas a priori que ponen en tela de juicio (al menos parcialmente) la hipótesis de racionalidad. Así, la teoría de juegos se encuentra lejos de poder revelar los problemas planteados por la interacción de las elecciones individuales, aún en el marco muy limitado –ya que muy elemental– de sus propios modelos ▪